

2018~2019学年天津河西区天津市海河中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 4$, $B = 45^\circ$, $C = 75^\circ$, 则 $b =$ () .

- A. $\frac{4}{3}\sqrt{6}$ B. $4\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $\frac{32}{3}$

2. 已知向量 $\vec{a} = (4, 2)$, 向量 $\vec{b} = (x, 3)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $x =$ () .

- A. 9 B. 6 C. 5 D. 3

3. 设 α 、 β 、 γ 是三个不重合的平面, m 、 n 是两条不重合的直线, 则下列说法正确的是 () .

- A. 若 $m \parallel \alpha$, $n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$ B. 若 $\alpha \perp \beta$, $m \perp \beta$, 则 $m \parallel \alpha$
C. 若 $\alpha \perp \beta$, $\beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \gamma$ D. 若 $m \perp \alpha$, $n \perp \alpha$, 则 $m \parallel n$

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a^2 \tan B = b^2 \tan A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 () .

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形
C. 钝角三角形 D. 等腰三角形或直角三角形

5. 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $|\vec{b}| = 3$, 且 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $|2\vec{a} + \vec{b}| =$ () .

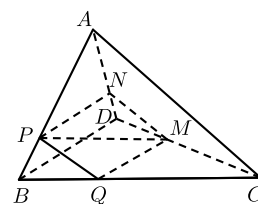
- A. 5 B. $\sqrt{37}$ C. 7 D. 37

6. 圆锥的侧面展开图是半径为3, 圆心角为 120° 的扇形, 则圆锥的表面积为 () .

- A. 2π B. 3π C. 4π D. $\frac{16}{3}\pi$

7. 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, 若截面 $PQMN$ 是正方形, 则在下列命题中, 不一定正确的是 () .

- A. $AC \perp BD$ B. $AC \parallel$ 截面 $PQMN$
C. $AC = BD$ D. 异面直线 PM 与 BD 所成的角为 45°



8. 设四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $|\vec{AB}| = 6$, $|\vec{AD}| = 4$, 若点 M , N 满足 $\vec{BM} = 3\vec{MC}$, $\vec{DN} = 2\vec{NC}$, 则 $\vec{AM} \cdot \vec{NM} =$ () .

- A. 20 B. 15 C. 9 D. 6

二、填空题

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边为 a, b, c , 若 $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 7 : 8$, 角 B 的大小为 _____ .

10. 已知 $|\vec{a}| = 1, \vec{b} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right), |\vec{a} + 3\vec{b}| = 2$, 则 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影为 _____ .

11. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的底面为直角三角形, 且两直角边长分别为1和 $\sqrt{3}$, 此三棱柱的高为 $2\sqrt{3}$, 则该三棱柱的外接球的体积为 _____ .

12. 已知三棱锥 $S - ABC$ 中, $SA = SB = CA = CB = \sqrt{3}, AB = 2, SC = \sqrt{2}$, 则二面角 $S - AB - C$ 的平面角的大小为 _____ .

13. 若向量 $\vec{i}, \vec{j}$ 为互相垂直的单位向量, $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + m\vec{j}$, 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为锐角, 则实数 m 的取值范围是 _____ .

14. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为2, $\angle BAD = 120^\circ$, 点 E, F 分别在边 BC, DC 上, $\vec{BE} = l\vec{BC}, \vec{DF} = m\vec{DC}$. 若 $\vec{AE} \cdot \vec{AF} = 1, \vec{CE} \cdot \vec{CF} = -\frac{2}{3}$, 则 $l + m =$ _____ .

三、解答题

15. 锐角三角形 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c 三角形的面积, $S = \frac{5}{4}\sqrt{63}, \sin A = \frac{\sqrt{63}}{8}$.

(1) 求 $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ 的值.

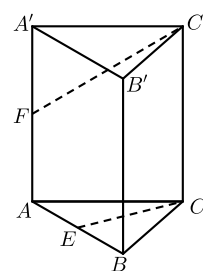
(2) 若 $c - b = 1$, 求三角形的周长.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $(a^2 + b^2 - c^2)(2\sin A - \sin B) = (a^2 + c^2 - b^2)\sin B$.

(1) 求角 C .

(2) 若 $c = 2\sqrt{2}$, $\triangle ABC$ 的中线 $CD = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

17. 已知在直棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 底面 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $AC = BC = 2\sqrt{2}$, $\angle ACB = 90^\circ$, $AA_1 = 4$, E 是 AB 中点, F 是 AA_1 中点.

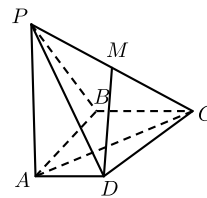


(1) 求证: $A_1B \perp CE$.

(2) 求 C_1F 与侧面 ABB_1A_1 所成角的正弦值.

(3) 求异面直线 A_1B 与 AC 所成角.

18. 如图, 在底面直角梯形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $PA \perp \text{面}ABCD$, $PA = AB = BC = 2$, $AD = 1$.



(1) 若 M 为 PC 的中点, 求证 $DM \parallel \text{平面}PAB$.

(2) 求证: 平面 $PAB \perp \text{面}PBC$.

(3) 求 AC 与 PBC 所成角的大小.